Abiturprüfung 2012

Mathematik

Arbeitszeit: 240 Minuten

Der Fachausschuss wählt aus den Themengebieten Analysis, Stochastik und Geometrie jeweils eine Aufgabengruppe zur Bearbeitung aus.

Name des Prüflings

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

Analysis

Aufgabengruppe I

BE

Teil 1

1 Geben Sie zu den Funktionstermen jeweils den maximalen Definitionsbereich sowie einen Term der Ableitungsfunktion an.

2 **a)** $f(x) = \ln(x+3)$

3 **b)** $g(x) = \dfrac{3}{x^2 - 1}$

2 Geben Sie jeweils den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion an, die die angegebene Eigenschaft besitzt.

2 **a)** Der Graph der Funktion f hat den Hochpunkt $(0|5)$.

2 **b)** Die Funktion g ist an der Stelle $x = 5$ nicht differenzierbar.

3 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto \sin(2x)$.

2 **a)** Geben Sie zwei benachbarte Nullstellen von f an.

5 **b)** Berechnen Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_0^2 f(x)\,dx$.

Warum stimmt der Wert dieses Integrals nicht mit dem Inhalt der Fläche überein, die für $0 \le x \le 2$ zwischen dem Graphen von f und der x-Achse liegt?

4 **4** Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f einer in $]-\infty;5]$ definierten Funktion f.
Skizzieren Sie in der Abbildung den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion f'. Berücksichtigen Sie dabei insbesondere einen Näherungswert für $f'(0)$, die Nullstelle von f' und das Verhalten von f' für $x \to 5$.

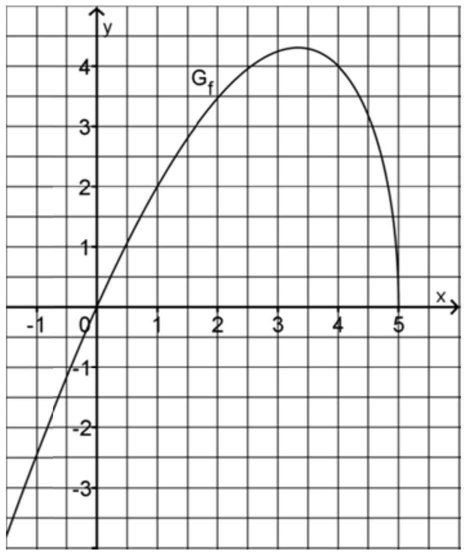


Abb. 1

20

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

Teil 2

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \dfrac{2e^x}{e^x + 9}$ mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$. Abbildung 2 zeigt den Graphen G_f von f.

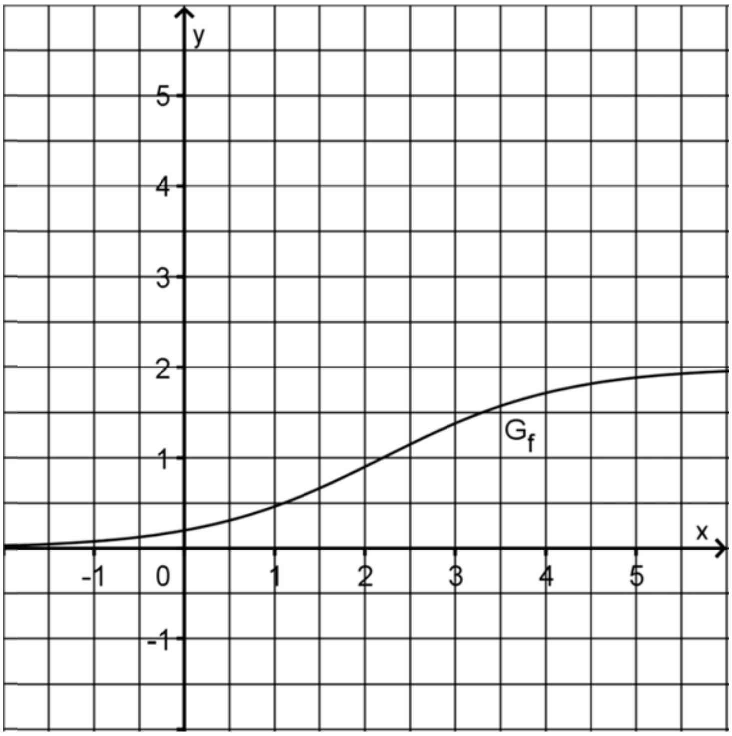


Abb. 2

2 **1 a)** Zeigen Sie rechnerisch, dass G_f genau einen Achsenschnittpunkt S besitzt, und geben Sie die Koordinaten von S an.

2 **b)** Begründen Sie mithilfe des Funktionsterms von f, dass $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ und $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ gilt.

3 **c)** Weisen Sie rechnerisch nach, dass G_f in $\mathbb{R}$ streng monoton steigt.

(zur Kontrolle: $f'(x) = \dfrac{18e^x}{(e^x + 9)^2}$)

2 **d)** Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an G_f im Achsenschnittpunkt S.

(Ergebnis: $y = 0{,}18x + 0{,}2$)

4 **e)** Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die G_f mit den Koordinatenachsen und der Geraden $x = 4$ einschließt.

6 **f)** Begründen Sie, dass f in $\mathbb{R}$ umkehrbar ist. Geben Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der Umkehrfunktion f^{-1} an und zeichnen Sie den Graphen von f^{-1} in Abbildung 2 ein.

(Fortsetzung nächste Seite)

2 Das Wachstum von Sonnenblumen der Sorte Alba lässt sich modellhaft mithilfe der Funktion f beschreiben. Beginnt man die Beobachtung zwei Wochen nach der Auskeimung einer Sonnenblume dieser Sorte, so liefert $f(x)$ für $x \in [0;4]$ im Modell die Höhe der Blume in Metern. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Monaten. In den Aufgaben 2a bis 2d werden ausschließlich Sonnenblumen der Sorte Alba betrachtet.

2 **a)** Berechnen Sie auf der Grundlage des Modells, um wie viele Zentimeter eine Sonnenblume innerhalb der ersten zwei Monate nach Beobachtungsbeginn wächst.

5 **b)** Berechnen Sie auf der Grundlage des Modells, wie viele Monate nach Beobachtungsbeginn eine Sonnenblume eine Höhe von 1,5 Metern erreicht. Beschreiben Sie, wie man den berechneten Wert graphisch überprüfen kann.

5 **c)** Im Modell gibt es einen Zeitpunkt x_M, zu dem die Blumen am schnellsten wachsen. Bestimmen Sie mithilfe von Abbildung 2 einen Näherungswert für x_M. Ermitteln Sie anschließend einen Näherungswert für die maximale Wachstumsrate in Zentimetern pro Tag.

4 **d)** Ein Biologe nimmt an, dass sich das Wachstum der Blumen vor Beobachtungsbeginn näherungsweise durch die Gleichung der Tangente aus Aufgabe 1d beschreiben lässt. Untersuchen Sie mithilfe einer Rechnung, ob diese Annahme damit in Einklang steht, dass vom Zeitpunkt des Auskeimens bis zum Beobachtungsbeginn etwa zwei Wochen vergehen.

Haben zu Beobachtungsbeginn Sonnenblumen der Sorte Tramonto die gleiche Höhe wie Sonnenblumen der Sorte Alba, so erreichen von da an die Sonnenblumen der Sorte Tramonto im Vergleich zu denen der Sorte Alba jede Höhe in der Hälfte der Zeit.

Das Wachstum von Sonnenblumen der Sorte Tramonto lässt sich modellhaft mithilfe einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g beschreiben, die eine Funktionsgleichung der Form I, II oder III mit $k \in \mathbb{R}^+$ besitzt:

I $y = \dfrac{2e^{x+k}}{e^{x+k}+9}$ **II** $y = k \cdot \dfrac{2e^{x}}{e^{x}+9}$ **III** $y = \dfrac{2e^{kx}}{e^{kx}+9}$

Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Monaten und y ein Näherungswert für die Höhe einer Blume in Metern.

4 **e)** Begründen Sie, dass weder eine Gleichung der Form I noch eine der Form II als Funktionsgleichung von g infrage kommt.

1 **f)** Die Funktionsgleichung von g hat also die Form III. Geben Sie den passenden Wert von k an.

40

Analysis

Aufgabengruppe II

BE

Teil 1

3 **1** Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{2x+3}{x^2+4x+3}$ mit maximaler Definitionsmenge D. Bestimmen Sie D sowie die Nullstelle von f.

2 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $g : x \mapsto x \cdot e^{-2x}$.

5 **a)** Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts, in dem der Graph von g eine waagrechte Tangente hat.

2 **b)** Geben Sie das Verhalten von g für $x \to -\infty$ und $x \to +\infty$ an.

3 Betrachtet wird die in $\mathbb{R}^+$ definierte Funktion $h : x \mapsto -\ln x + 3$.

2 **a)** Geben Sie an, wie der Graph von h schrittweise aus dem Graphen der in $\mathbb{R}^+$ definierten Funktion $x \mapsto \ln x$ hervorgeht.

4 **b)** Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von h im Punkt $(1|h(1))$.

1 **4 a)** Warum hat jede Integralfunktion mindestens eine Nullstelle?

3 **b)** Geben Sie den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f an, sodass die in $\mathbb{R}$ definierte Integralfunktion $F : x \mapsto \int_{-1}^{x} f(t)\,dt$ genau zwei Nullstellen besitzt. Geben Sie die Nullstellen von F an.

20

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

Teil 2

1 An einer Wand im Innenhof der von Antoni Gaudi gestalteten Casa Batlló in Barcelona findet man ein Keramikkunstwerk (vgl. Abbildung 1).

Der annähernd parabelförmige obere Rand des Kunstwerks soll durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion modellhaft dargestellt werden. Auf dem Graphen sollen bei Verwendung des eingezeichneten Koordinatensystems die Punkte $A(-2\,|\,0)$, $B(2\,|\,0)$ und $C(0\,|\,5)$ liegen (1 LE entspricht 1 m, d. h. das Kunstwerk ist 5 m hoch).

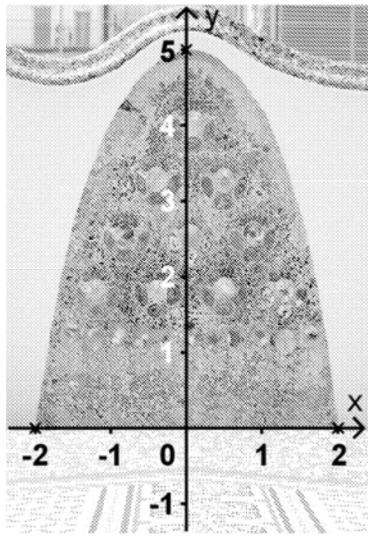


Abb. 1

3 **a)** Ermitteln Sie den Term einer in $\mathbb{R}$ definierten quadratischen Funktion p, deren Graph durch die Punkte A, B und C verläuft.

(zur Kontrolle: $p(x) = -1{,}25x^2 + 5$)

Ein den oberen Rand des Kunstwerks genauer darstellendes Modell liefert der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion q vierten Grades mit $q(x) = -0{,}11x^4 - 0{,}81x^2 + 5$. Der Graph von q wird mit G_q bezeichnet.

7 **b)** Weisen Sie rechnerisch nach, dass G_q symmetrisch bezüglich der y-Achse ist, durch die Punkte A und B verläuft und genau einen Extrempunkt besitzt.

Abbildung 2 zeigt die Graphen von p und q.

2 **c)** Welcher der beiden dargestellten Graphen ist G_q? Begründen Sie Ihre Antwort.

5 **d)** Im Intervall $]0;2[$ gibt es eine Stelle x_0, an der der Wert der Differenz $d(x) = q(x) - p(x)$ maximal wird. Berechnen Sie x_0 sowie den Wert der zugehörigen Differenz.

4 **e)** Berechnen Sie mithilfe der Funktion q einen Näherungswert für den Flächeninhalt A des vom Kunstwerk eingenommenen Teils der Wand.

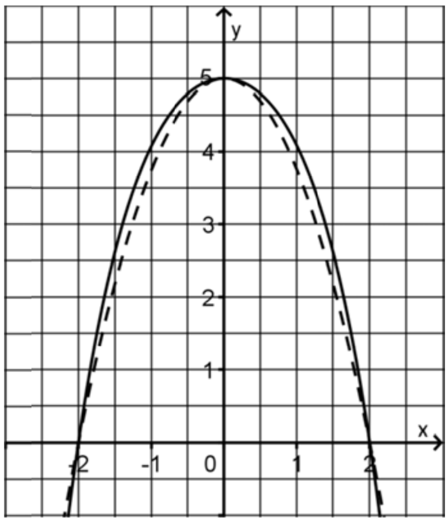


Abb. 2

(Fortsetzung nächste Seite)

4 **f)** Die Gerade mit der Gleichung $y = 1{,}1$ teilt im Modell den vom Kunstwerk eingenommenen Teil der Wand in zwei unterschiedlich gestaltete Bereiche. Beschreiben Sie, wie man mithilfe der Funktion q das Verhältnis der Flächeninhalte dieser beiden Bereiche näherungsweise bestimmen kann. Geben Sie dazu geeignete Ansätze an und kommentieren Sie diese.

2 Unter dem Wasserdurchfluss eines Bachs an einer bestimmten Stelle versteht man das Volumen des Wassers, das an dieser Stelle in einer bestimmten Zeit vorbeifließt. Die Funktion f beschreibt die zeitliche Entwicklung des Wasserdurchflusses eines Bachs an einer Messstelle, nachdem zum Zeitpunkt $t = 0$ eine bachaufwärts gelegene Schleuse geöffnet wurde. Abbildung 3 zeigt den Graphen G_f von f.

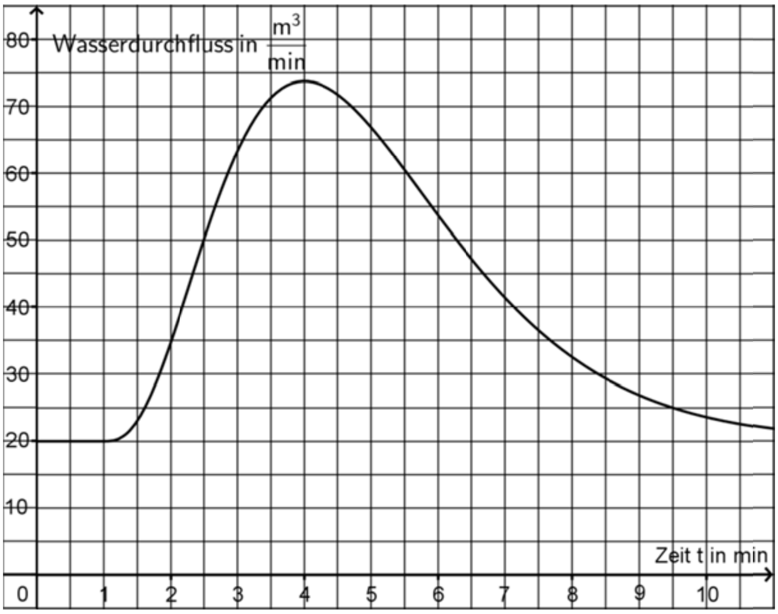


Abb. 3

5 **a)** Entnehmen Sie Abbildung 3 im Bereich $t > 1$ Näherungswerte für die Koordinaten des Hochpunkts sowie für die t-Koordinaten der beiden Wendepunkte von G_f und geben Sie unter Berücksichtigung dieser Näherungswerte die jeweilige Bedeutung der genannten Punkte im Sachzusammenhang an.

5 **b)** Bestimmen Sie $\int_1^4 f(t)\,dt$ näherungsweise mithilfe von Abbildung 3. Deuten Sie den Wert des Integrals im Sachzusammenhang.

5 **c)** Bestimmen Sie mithilfe von G_f für $t = 4$ und $t = 3$ jeweils einen Näherungswert für die mittlere Änderungsrate von f im Zeitintervall $[2;t]$. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in Abbildung 3 durch geeignete Steigungsdreiecke. Welche Bedeutung hat der Grenzwert der mittleren Änderungsraten für $t \to 2$ im Sachzusammenhang?

40

Stochastik

Aufgabengruppe I

BE

Für eine Quizshow sucht ein Fernsehsender Abiturientinnen und Abiturienten als Kandidaten. Jeder Bewerber gibt in einem online auszufüllenden Formular die Durchschnittsnote seines Abiturzeugnisses an.

4 **1** Insgesamt bewerben sich dreimal so viele weibliche wie männliche Personen, wobei 80 % der weiblichen und 75 % der männlichen Bewerber eine Durchschnittsnote von 1,5 oder besser angeben. Bestimmen Sie den Anteil der Personen unter allen Bewerbern, die eine schlechtere Durchschnittsnote als 1,5 angeben.

2 Aus dem Bewerberfeld werden zwanzig weibliche und zehn männliche Personen zu einem Casting eingeladen, das in zwei Gruppen durchgeführt wird. Fünfzehn der Eingeladenen werden für die erste Gruppe zufällig ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass für die erste Gruppe zehn weibliche und fünf männliche Personen ausgewählt werden, wird mit p bezeichnet.

2 **a)** Begründen Sie im Sachzusammenhang, dass p nicht durch den Term $\binom{15}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10}$ beschrieben wird.

4 **b)** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit p mithilfe eines geeigneten Terms.

Nach dem Casting stehen die zehn Kandidaten der Quizshow fest.

3 Im Rahmen der Show müssen Aufgaben aus verschiedenen Fachgebieten gelöst werden. Die Anzahl der von einem Kandidaten zu lösenden Aufgaben aus dem Fachgebiet Mathematik ist gleich der Augensumme, die von ihm bei einmaligem Werfen zweier Würfel erzielt wird. Die beiden Würfel tragen jeweils auf zwei Seitenflächen die Augenzahl 0, auf drei Seitenflächen die Augenzahl 1 und auf einer Seitenfläche die Augenzahl 2.

4 **a)** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der erste Kandidat genau zwei Aufgaben aus dem Fachgebiet Mathematik lösen muss.

(Fortsetzung nächste Seite)

3 **b)** Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der von einem Kandidaten zu lösenden Aufgaben aus dem Fachgebiet Mathematik. Der Tabelle kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X entnommen werden. Ermitteln Sie den fehlenden Wert der Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie den Erwartungswert von X.

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{36}$		$\frac{1}{36}$

2 **c)** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau einer der zehn Kandidaten keine Aufgabe aus dem Fachgebiet Mathematik lösen muss.

4 **d)** Bestimmen Sie, wie viele Kandidaten an der Quizshow mindestens teilnehmen müssten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens ein Kandidat darunter ist, der keine Aufgabe aus dem Fachgebiet Mathematik lösen muss.

Für eine Aufgabe aus dem Fachgebiet Mathematik kommen zwei Kuverts zum Einsatz, die jeweils fünf Spielkarten enthalten. Es ist bekannt, dass das eine Kuvert genau zwei und das andere genau drei rote Spielkarten enthält. Der Showmaster wählt, jeweils zufällig, ein Kuvert und aus diesem zwei Karten aus.

4 **e)** Bestätigen Sie rechnerisch, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden ausgewählten Karten rot sind, 20 % beträgt.

3 **f)** Der Showmaster zeigt die beiden ausgewählten Karten; sie sind tatsächlich rot. Der Kandidat wird nach der Wahrscheinlichkeit dafür gefragt, dass die beiden Karten aus dem Kuvert mit den drei roten Karten stammen. Bestimmen Sie diese Wahrscheinlichkeit.

30

Stochastik

Aufgabengruppe II

BE

1 Nachdem die Verfilmung eines bekannten Romans erfolgreich in den Kinos gezeigt wurde, veröffentlicht eine Tageszeitung das Ergebnis einer repräsentativen Umfrage unter Jugendlichen. Der Umfrage zufolge hatten 88 % der befragten Jugendlichen den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts noch nicht gelesen, 18 % sahen die Verfilmung. Von den Befragten, die laut Umfrage den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts bereits gelesen hatten, gaben 60 % an, die Verfilmung gesehen zu haben.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

R: „Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person hatte laut Umfrage den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts bereits gelesen."

V: „Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person sah laut Umfrage die Verfilmung."

5 **a)** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person, die laut Umfrage den Roman zum Zeitpunkt des Kinostarts noch nicht gelesen hatte, angab, die Verfilmung gesehen zu haben.

4 **b)** Beschreiben Sie das Ereignis $\overline{R} \cup \overline{V}$ im Sachzusammenhang und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses.

5 **2** Ein Jahr später möchte die Tageszeitung ermitteln, ob sich durch die Verfilmung der Anteil p der Jugendlichen, die den Roman gelesen haben, wesentlich erhöht hat. Die Nullhypothese $H_0 : p \leq 0{,}15$ soll mithilfe einer Stichprobe von 100 Jugendlichen auf einem Signifikanzniveau von 10 % getestet werden. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

(Fortsetzung nächste Seite)

Der Kurs Theater und Film eines Gymnasiums führt die Bühnenversion des Romans auf.

4 **3** Für die Premiere wird die Aula der Schule bestuhlt; in der ersten Reihe werden acht Plätze für Ehrengäste reserviert. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die die fünf erschienenen Ehrengäste haben, sich auf die reservierten Plätze zu verteilen, wenn

α) die Personen nicht unterschieden werden;

β) die Personen unterschieden werden.

Nennen Sie im Sachzusammenhang einen möglichen Grund dafür, dass die möglichen Anordnungen der Ehrengäste auf den reservierten Plätzen nicht gleichwahrscheinlich sind – unabhängig davon, ob die Personen unterschieden werden oder nicht.

4 Bei jeder Aufführung wird der Vorhang 15-mal geschlossen; dafür ist ein automatischer Mechanismus vorgesehen. Erfahrungsgemäß funktioniert der Mechanismus bei jedem Schließen des Vorhangs mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 %. Nur dann, wenn der Mechanismus nicht funktioniert, wird der Vorhang von Hand zugezogen.

5 **a)** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: „Bei einer Aufführung wird der Vorhang kein einziges Mal von Hand zugezogen."

B: „Bei einer Aufführung lässt sich der Vorhang zunächst viermal automatisch schließen, insgesamt wird der Vorhang jedoch genau zweimal von Hand zugezogen."

2 **b)** Beschreiben Sie ein Urnenexperiment, mit dem sich das Verhalten des Mechanismus bei 15-maligem Schließen des Vorhangs simulieren lässt.

5 **c)** Die Zufallsgröße X beschreibt, wie oft der Mechanismus beim Schließen des Vorhangs im Verlauf einer Aufführung nicht funktioniert. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von X um mehr als eine Standardabweichung vom Erwartungswert der Zufallsgröße abweicht.

30

Geometrie

Aufgabengruppe I

BE

Abbildung 1 zeigt modellhaft ein Dachzimmer in der Form eines geraden Prismas. Der Boden und zwei der Seitenwände liegen in den Koordinatenebenen. Das Rechteck ABCD liegt in einer Ebene E und stellt den geneigten Teil der Deckenfläche dar.

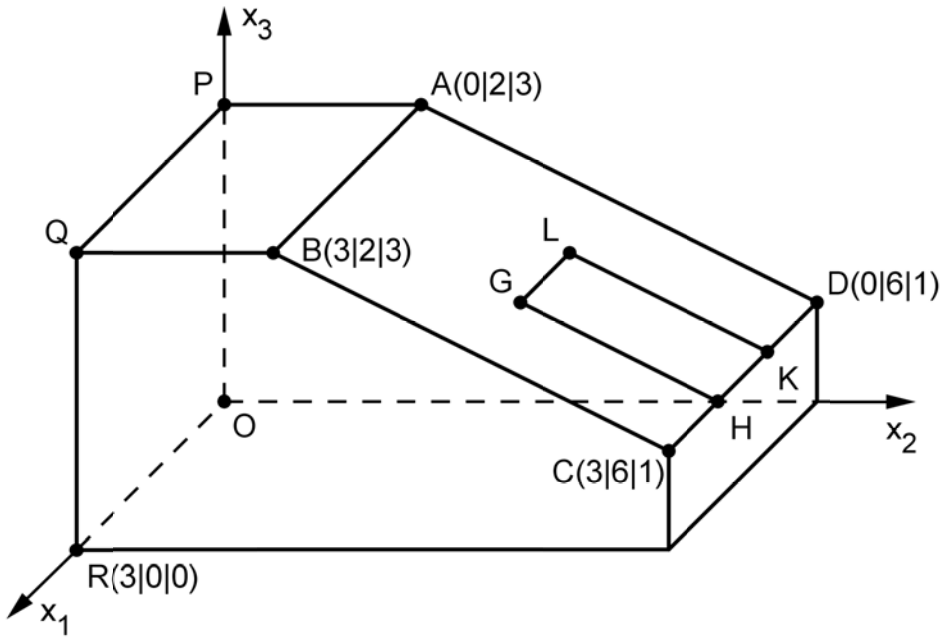


Abb. 1

4 **a)** Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E in Normalenform.

(mögliches Ergebnis: $E: x_2 + 2x_3 - 8 = 0$)

2 **b)** Berechnen Sie den Abstand des Punkts R von der Ebene E.

Im Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit 1 m, d. h. das Zimmer ist an seiner höchsten Stelle 3 m hoch.

Das Rechteck GHKL mit $G(2\,|\,4\,|\,2)$ hat die Breite $\overline{GL} = 1$. Es liegt in der Ebene E, die Punkte H und K liegen auf der Geraden CD. Das Rechteck stellt im Modell ein Dachflächenfenster dar; die Breite des Fensterrahmens soll vernachlässigt werden.

5 **c)** Geben Sie die Koordinaten der Punkte L, H und K an und bestimmen Sie den Flächeninhalt des Fensters.

(zur Kontrolle: $\overline{GH} = \sqrt{5}$)

(Fortsetzung nächste Seite)

6 **d)** Durch das Fenster einfallendes Sonnenlicht wird im Zimmer durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$ repräsentiert. Eine dieser Geraden verläuft durch den Punkt G und schneidet die Seitenwand OPQR im Punkt S. Berechnen Sie die Koordinaten von S sowie die Größe des Winkels, den diese Gerade mit der Seitenwand OPQR einschließt.

4 **e)** Das Fenster ist drehbar um eine Achse, die im Modell durch die Mittelpunkte der Strecken $[GH]$ und $[LK]$ verläuft. Die Unterkante des Fensters schwenkt dabei in das Zimmer; das Drehgelenk erlaubt eine zum Boden senkrechte Stellung der Fensterfläche.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunkts M der Strecke $[GH]$ und bestätigen Sie rechnerisch, dass das Fenster bei seiner Drehung den Boden nicht berühren kann.

(Teilergebnis: $M(2\,|\,5\,|\,1{,}5)$)

Abbildung 2 zeigt ein quaderförmiges Möbelstück, das 40 cm hoch ist. Es steht mit seiner Rückseite flächenbündig an der Wand unter dem Fenster. Seine vordere Oberkante liegt im Modell auf der Geraden $k: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5{,}5 \\ 0{,}4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \lambda \in \mathbb{R}$.

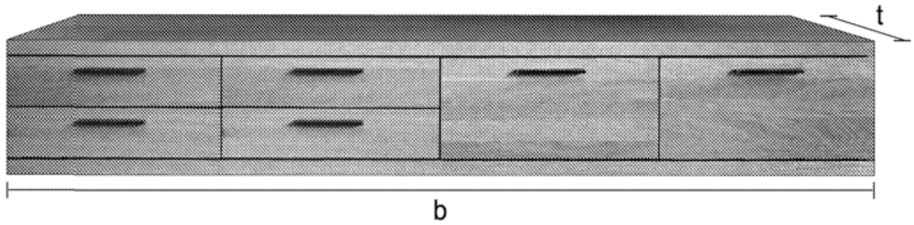


Abb. 2

4 **f)** Ermitteln Sie mithilfe von Abbildung 2 die Breite b des Möbelstücks möglichst genau.
Bestimmen Sie mithilfe der Gleichung der Geraden k die Tiefe t des Möbelstücks und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

5 **g)** Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Fenster bei seiner Drehung am Möbelstück anstoßen kann.

30

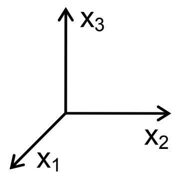
Geometrie

Aufgabengruppe II

BE

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(10|2|0)$, $B(10|8|0)$, $C(10|4|3)$, $R(2|2|0)$, $S(2|8|0)$ und $T(2|4|3)$ gegeben. Der Körper ABCRST ist ein gerades dreiseitiges Prisma mit der Grundfläche ABC, der Deckfläche RST und rechteckigen Seitenflächen.

6 **a)** Zeichnen Sie das Prisma in ein kartesisches Koordinatensystem (vgl. Abbildung) ein. Welche besondere Lage im Koordinatensystem hat die Grundfläche ABC? Berechnen Sie das Volumen des Prismas.



4 **b)** Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E, in der die Seitenfläche BSTC liegt, in Normalenform.

(mögliches Ergebnis: $E: 3x_2 + 4x_3 - 24 = 0$)

3 **c)** Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels, den die Seitenkanten $[CA]$ und $[CB]$ einschließen.

3 **d)** Die Ebene F enthält die Gerade CT und zerlegt das Prisma in zwei volumengleiche Teilkörper. Wählen Sie einen Punkt P so, dass er gemeinsam mit den Punkten C und T die Ebene F festlegt; begründen Sie Ihre Wahl. Tragen Sie die Schnittfigur von F mit dem Prisma in Ihre Zeichnung ein.

3 **e)** Die Punkte A, B und T legen die Ebene H fest; diese zerlegt das Prisma ebenfalls in zwei Teilkörper. Beschreiben Sie die Form eines der beiden Teilkörper. Begründen Sie, dass die beiden Teilkörper nicht volumengleich sind.

Das Prisma ist das Modell eines Holzkörpers, der auf einer durch die x_1x_2-Ebene beschriebenen horizontalen Fläche liegt. Der Punkt $M(5|6{,}5|3)$ ist der Mittelpunkt einer Kugel, die die Seitenfläche BSTC im Punkt W berührt.

6 **f)** Berechnen Sie den Radius r der Kugel sowie die Koordinaten von W.

(Teilergebnis: $r = 1{,}5$)

5 **g)** Die Kugel rollt nun den Holzkörper hinab. Im Modell bewegt sich der Kugelmittelpunkt vom Punkt M aus parallel zur Kante $[CB]$ auf einer Geraden g. Geben Sie eine Gleichung von g an und berechnen Sie im Modell die Länge des Wegs, den der Kugelmittelpunkt zurücklegt, bis die Kugel die x_1x_2-Ebene berührt.

30