Abi 18 Lsg Geo II

A 1 A(1|1|1), B(0|2|2) und C(-1|2|0)

a) $\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$E: -2x_1 - 3x_2 + x_3 + c = 0$

A ist in E enthalten, muss also die Ebenengleichung erfüllen:

$-2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 1 + c = 0 \Rightarrow c = 4$

$\Rightarrow E: -2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4 = 0$

b) $x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow -3x_2 + 4 = 0$

$x_2 = \frac{4}{3}$

$S_2(0|\frac{4}{3}|0)$ Schnittpunkt mit der x_2-Achse

2 A(0|0|0), B(3|-6|6), F(2|-4|4) und $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Wenn sich die Geraden senkrecht schneiden sollen, dann muss das Skalarprodukt der Richtungsvektoren Null sein:

$\vec{u} \circ \vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} = -2 \cdot 3 + 0 \cdot (-6) + 1 \cdot 6 = 0 \checkmark$

Die Geraden sollen sich in F schneiden, also muss F in beiden Geraden enthalten sein.

F liegt auf h, denn:

$\vec{F} = \vec{A} + \frac{2}{3} \cdot \vec{AB} = \vec{O} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \checkmark$

F liegt auf g, denn für $\lambda = -1$ ergibt sich:

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

b) $\overline{CF}$ steht senkrecht auf $\overline{AB}$ und ist damit das Lot von C auf die Grundlinie $\overline{AB}$. Also handelt es sich bei $\overline{CF}$ um die Höhe im Dreieck ABC.

B a) $\vec{M}_{AB} = \frac{1}{2}(\vec{A} + \vec{B}) = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{M}_{EF} = \frac{1}{2}(\vec{E} + \vec{F}) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$M_{AB}\vec{M}_{EF} = \vec{M}_{EF} - \vec{M}_{AB} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \\ -2 \end{pmatrix}$

$l = 1,2 \cdot \sqrt{(1,5)^2 + (1,5)^2 + (-2)^2} = 1,2 \cdot \sqrt{8,5} \approx 3,5$

Das Seil ist etwa 3,5m lang.

b) $\vec{AB} \times \vec{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix}$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$L: 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + c = 0$

E ist in L enthalten:

$2 \cdot 6 + 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = -12$

Ebenengleichung:

$L: 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 12 = 0 \quad \checkmark$

c) Für die Trapezform müssen die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{EF}$ parallel sein:

$\vec{EF} = \vec{F} - \vec{E} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\vec{EF} \quad \checkmark$$

d) Winkel mit dem Untergrund: Der Normalenvektor der Ebene ist bekannt. Also benötigt man noch den Normalenvektor des Untergrundes. Der Zwischenwinkel entspricht dem Winkel zwischen Kletterwand und Untergrund:

$$n_u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{(zeigt senkrecht nach oben)}$$

$$\cos(\Phi) = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2+2^2+3^2 \cdot 1}} = \frac{3}{\sqrt{17}} \approx 0,73$$

$$\Rightarrow \Phi = 43,3?$$

e) Pfahl 1 und Pfahl 2 stehen senkrecht, sind also parallel. Da die Netzlänge an beiden Pfählen 1,8m beträgt sind diese gegenüberliegenden Seiten des Vierecks also parallel und gleichlang. Deshalb handelt es sich bei dem Netz um ein Parallelogramm. Zur Berechnung reicht es also, den Abstand der Pfähle zu berechnen um die Höhe des Parallelogramms zu erhalten. Als Grundlinie wird dann die 1,8m Netzlänge am jeweiligen Pfahl verwendet:

$$\vec{P_1P_2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{P_1P_2}\right| = \sqrt{25+100+0} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$A_P = 5\sqrt{5} \cdot 1,8 = 20,12$$

Das Netz hat also etwa einen Flächeninhalt von $20m^2$.

f) Gerade durch RT: $r : \vec{X} = \vec{R} + \mu \cdot \vec{RT} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Suche den Berührpunkt des Netzes mit der Kante RT. Schneide dazu beide Geraden:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ h-2 \end{pmatrix}$$

$(I) + (II) : 5 + 7 + (-3\mu) + 3\mu = 0 + 0 + 5\lambda + 10\lambda$

$12 = 15\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{5} = 0,8$

in (III): $3 + 0\mu = 2 + 0,8 \cdot (h-2)$

$1 = 0,8(h-2)$

$1,25 = h - 2 \Rightarrow h = 3,25$

Unterschied zur Plattformhöhe:

$3,25 - 3 = 0,25$

Das Netz ist 25cm oberhalb der Plattform angebracht.