

Abi 17 Lsg Geo I

$$\text{A 1 a) } g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4\lambda \\ 1 \\ -4-8\lambda \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+4\lambda \\ 1 \\ -4-8\lambda \end{pmatrix} \text{ ist erfüllt für } \lambda = -\frac{1}{2}$$

C liegt auf der Geraden, denn es lässt sich ein λ finden mit dem man den Richtungsvektor multiplizieren kann um C zu erreichen. C liegt aber nicht auf der Verbindungsstrecke; das wäre nur für $0 \leq \lambda \leq 1$ der Fall.

b) $\vec{D} = \vec{A} + \frac{1}{4}(\vec{B} - \vec{A})$. Das ist genau derjenige Geradenpunkt, bei dem $\lambda = \frac{1}{4}$ gilt:

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} 2+1 \\ 1 \\ -4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\text{2 a) } S_{x_1} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad S_{x_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -18 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Es handelt sich um ein rechtwinkliges Dreieck im Fußboden.

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 18 = 81$$

b) Schneide die Ursprungsgerade, deren Richtungsvektor der Normalenvektor von E ist, mit der Ebene E.

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 0+2\mu \\ 0+\mu \\ 0-2\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu \\ \mu \\ -2\mu \end{pmatrix} \text{ in E}$$

$$2 \cdot 2\mu + \mu - 2 \cdot (-2\mu) = -18$$

$$4\mu + \mu + 4\mu = -18 \Rightarrow \mu = -2$$

$$\Rightarrow \vec{P} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

B a) Der Richtungsvektor der Geraden AB ist $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ und hat keine x_3 -Komponente.

Damit kann die Gerade ihre x_3 -Koordinate nicht ändern.

b) Minimale Anzahl an Eigenschaften eines Rechtecks:

1 Paar gegenüberliegender Seiten parallel und gleichlang, ein rechter Winkel.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{CD} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sind parallel (Vektoren linear abhängig) und gleichlang (bis aufs Vorzeichen gleiche Komponenten).

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \circ \vec{AD} = 2 \cdot (-6) + 6 \cdot 2 + 0 \cdot 4 = 0 \checkmark$$

Bei A treffen sich die Seiten im rechten Winkel.

$$\vec{M} = \frac{1}{2}(\vec{A} + \vec{C}) = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

c) Bilden des Normalenvektors über das Kreuzprodukt aus \vec{AB} und \vec{AD} :

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 - 0 \\ 0 - 8 \\ 4 + 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -8 \\ 40 \end{pmatrix}$$
$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Zur Bestimmung von c setzt man z.B. A ein:

$$3 \cdot 0 - 0 + 5 \cdot 1 + c = 0 \Rightarrow c = -5$$

$$E: 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 5 = 0 \checkmark$$

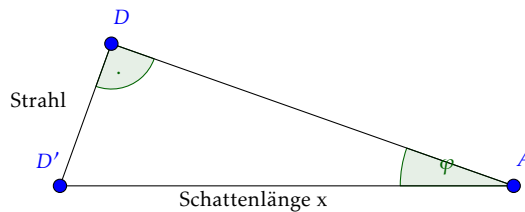
d) Die x_1x_2 -Ebene kann durch $x_3 = 0$ dargestellt werden. Der Neigungswinkel zwischen zwei Ebenen in KoFo berechnet sich mit Hilfe des Schnittwinkels der beiden Normalenvektoren:

$$\cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{35} \cdot 1} = \frac{5}{\sqrt{35}} \approx 0,845$$

$\Rightarrow \alpha \approx 32,3^\circ$. Die Bedingung ist also erfüllt.

- e) Eine Längeneinheit des Modells entspricht $0,8m$. Also entspricht ein Flächenquadrat mit der Seitenlänge einer Einheit der Größe $(0,8m)^2$. Die Strecke \overline{AB} befindet sich parallel zur x_1x_2 -Ebene (siehe a) und wird deshalb in wahrer Größe auf den Boden abgebildet.

Lediglich die zweite Seite des Solarmodul-Rechtecks erscheint verlängert. Dazu betrachtet man ein rechtwinkliges Dreieck das aus der Schattenlänge x , einem Strahl und der Seite \overline{AD} besteht.



Gesucht ist die Länge x der horizontalen Strecke. Im rechtwinkligen Dreieck gilt hier für x :

$$\cos\phi = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{|\overline{AD'}|}{x} \Rightarrow x = \frac{|\overline{AD}|}{\cos\phi}$$

- f) Gesucht ist der Abstand von A zur Gerade die senkrecht durch M geht.

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 + \tau \end{pmatrix}$$

Ansatz:

$$\overline{AX} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \text{ (Bedingung für den Fußpunkt auf } g)$$

$$(\vec{X} - \vec{A}) \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\left[\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 + \tau \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 + \tau \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$2 + \tau = 0 \Rightarrow \tau = -2 \Rightarrow \vec{F} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$d = |\vec{F} - \vec{A}| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{20} \approx 4,47$$

$$r = 0,8m \cdot d \approx 3,58m$$