Abi 02 Lsg Ana II

1. a) Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

   $x = 0 \Rightarrow y = e^0 \cdot (0 - a) = 1 \cdot (0 - a) = -a$

   $y = 0 = f_a(x) = e^x(x - a)$

   da $e^x > 0$ muss gelten: $x - a = 0 \Rightarrow x = a$

   Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen: $S_y(0|-a); S_x(a|0)$

   Verhalten von f_y an den Rändern des Definitionsbereiches

   $\lim\limits_{x\to-\infty} f_a(x) = 0$, da e^x schneller gegen 0 geht, als jede Potenz von x steigt.

   $\lim\limits_{x\to\infty} f_a(x) = +\infty$, da beide Faktoren gegen +Unendliche streben.

   b) Art und Lage des Extrempunktes

   $f_a'(x) = e^x(x - a) + e^x \cdot 1 = e^x \cdot (x - a + 1) = e^x \cdot (x + 1 - a)$

   $f_a''(x) = e^x \cdot (x + 1 - a) + e^x \cdot 1 = e^x \cdot (x + 2 - a)$

   $f_a'(x) = 0 \Rightarrow x = a - 1$ Schnellmethode: in $f_a''(x)$

   $f_a''(a - 1) = e^{a-1} \cdot (a - 1 + 2 - a) = e^{a-1} \cdot (1) > 0 \Rightarrow$ Minimum.

   Lage des Extrempunktes: $y_E = f(a - 1) = e^{a-1} \cdot (a - 1 - a) = -e^{a-1}; E(a - 1|-e^{a-1}$

   Krümmungsverhalten

   $f_a'''(x) = e^x \cdot (x + 2 - a) + e^x = e^x \cdot (x + 3 - a)$ $f_a''(x) = 0 \Rightarrow x = a - 2$ in $f_a'''(x)$

   $f_a'''(a - 2) = e^{a-2} \cdot (a - 2 + 3 - a) = e^{a-2} > 0$ es findet also ein Vorzeichenwechsel in der zweiten Ableitung statt!

   $a - 2$ ist also ein Wendepunkt. Nachdem $f_a''(a - 1) > 0$ und $f_a''(x)$ stetig und differenzierbar gilt:

   $x > a - 2 : G_a$ rechtsgekrümmt.

$x < a-2: G_a$ linksgekrümmt.

Lage des Wendepunktes: $y_W = f(a-2) = e^{a-2} \cdot (a-2-a) = -2 \cdot e^{a-2}; W(a-2|-2 \cdot e^{a-2})$

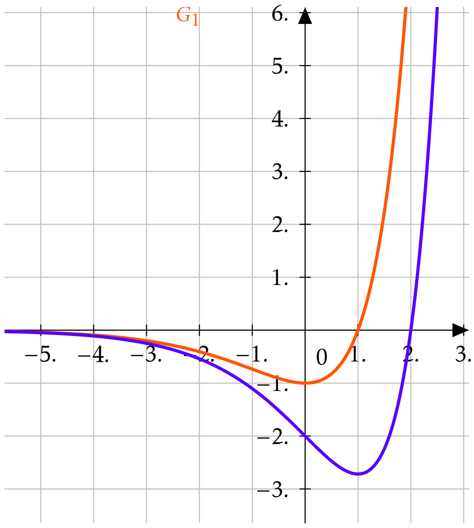
c) $f_1(x) = e^x \cdot (x-1); f_2(x) = e^x \cdot (x-2)$

$f_1(x) - f_2(x) = e^x \cdot (x-1-(x-2)) = e^x \cdot 1 > 0$

Also muss G_1 immer oberhalb von G_2 verlaufen.

d) $f_1(-3) = e^{-3} \cdot (-3-1) = -4 \cdot e^{-3}$

$f_1(2) = e^2 \cdot (2-1) = 1 \cdot e^2$



2. a) Leite $f_{a+1}(x)$ ab:

$f'_{a+1} = e^x \cdot (x-(a+1)) + e^x = e^x \cdot (x-a-1+1) = e^x \cdot (x-a) = f_a(x) \checkmark$

b) Es handelt sich um ein Teil des Einheitsquadrates am Ursprung:

$\int_0^1 f_1(x)dx = \int_0^1 e^x \cdot (x-1)dx \overset{a)}{=} [f_2(x)]_0^1 = f_2(1) - f_2(0) = -e-(-2) = 2-e$

$A \approx 0,71$