Abi 15 Lsg Geo II

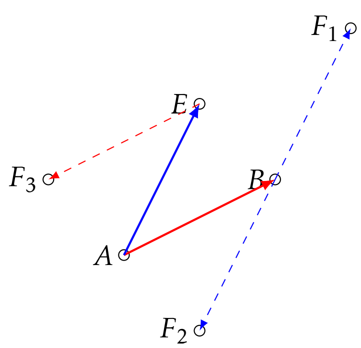
A 1 a) $\vec{u} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\left|\vec{u}\right| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{36} = 6\checkmark$

$\vec{C} = \vec{A} + 2\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$

$\vec{D} = \vec{A} - 2\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ -6 \end{pmatrix}$

b) Zeichnung:



Setze $\vec{AE}$ an $\vec{B}$:

$\vec{F}_1 = \vec{B} + \vec{AE} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

Setze den Gegenvektor von $\vec{AE}$ an $\vec{B}$:

$\vec{F}_2 = \vec{B} - \vec{AE} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Setze Gegenvektor von $\vec{AB}$ an E: $\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2 a) $V = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 1 = 25 + 9 + 1 = 35$

Die Strecke [BS] erreicht über der Diagonalen eines Einheitswürfels genau die

Höhe 1. Da sie über dem obersten Würfel nur eine halbe Diagonale überspannt erreicht sie dort auch nur die Höhe $\frac{1}{2}$. Die Höhe beträgt also insgesamt:

$h = 3,5$

b) Wähle das Koordinatensystem so, dass die x_3-Achse durch S und die x_2-Achse durch B verläuft:

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3,5 \end{pmatrix}; \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3,5 \cdot \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$g: \vec{X} = \vec{S} + \lambda \cdot \vec{SB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3,5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3,5 \cdot \sqrt{2} \\ -3,5 \end{pmatrix}$$

B a) $\vec{C} = \vec{A} + 2\vec{AM} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2,5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\vec{u}' = \vec{B} - \vec{A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}' = \vec{M} - \vec{A} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

A einsetzen: $4 \cdot 5 + 0 \cdot (-4) + 5 \cdot 0 + c = 0$

$\Rightarrow c = -20$

Koordinatenform der Ebene E:$4x_1 + 5x_3 - 20 = 0$✓

b) Neigung des Normalenvektors gegen die Senkrechte: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$cos\alpha = \frac{4 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot 1}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 5^2} \cdot 1} = \frac{5}{\sqrt{41}} \approx 0,78$

$\Rightarrow \alpha \approx 38,7; \Rightarrow \phi \approx 51,3$

c) $\vec{MS} = \vec{S} - \vec{M} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2,5 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \vec{n}$

$|\vec{MS}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2,5^2} \approx 3,20$

Der Stab hat also die Länge 32cm.

d) Aufstellen der Geradengleichung: $g : \vec{X} = \vec{S} + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} 4,5 + 6\lambda \\ 6\lambda \\ 4,5 - 13\lambda \end{pmatrix}$

Einsetzen in die KoFo von E:

$4 \cdot (4,5 + 6\lambda) + 0 + 5 \cdot (4,5 - 13\lambda) - 20 = 0$

$18 + 24\lambda + 22,5 - 65\lambda - 20 = 0$

$20,5 - 41\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}$

$\vec{S}' = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

Da die Höhe des Schattenpunktes unterhalb der x_1x_2-Ebene befindet, die Platte aber keine negativen Höhenkoordinaten besitzt, kann sich der Schatten nicht mehr auf der Platte befinden.

e) Aufgrund der Mittagsposition des Schattens kann man eine Zuordnung der Tageshälften zu den x_2- Koordinaten des Schattens finden. Ist diese positiv, so handelt es sich um eine Sonnenposition vom Vormittag, sonst ist es Nachmittag. da die x_2-Koordinate von S' positiv ist, muss der Schatten vormittags dorthin fallen.